UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2008-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **07/03/2009**
DACIBAHCC

CUARTA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Sea $f(x) = e^{\sqrt{x}} x^2$, se desea aproximar: $\int_0^1 f(x)dx$, a partir de la tabla:

x	0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.7	0.8	0.85	0.90	0.95	1.0
$f(x)$	0	0.0137	0.0626	0.3012	0.7811	1.1312	1.5654	1.8165	2.0917	2.3919	2.7183

Aproxime la integral:
a) Mediante la formula del trapecio.
b) Mediante la formula de Simpson 1/3.
c) Estime el error para cada caso y comente sus resultados.

Solución 1

a) Aplicando la formula del trapecio por tramos:

$$I_1 = \int_0^{0.2} f(x)dx \approx \frac{0.1}{2}\left(f(0) + 2f(0.1) + f(0.2)\right) = 0.0045$$

$$I_2 = \int_{0.2}^{0.6} f(x)dx \approx \frac{0.2}{2}\left(f(0.2) + 2f(0.4) + f(0.6)\right) = 0.14461$$

$$I_3 = \int_{0.6}^{0.8} f(x)dx \approx \frac{0.1}{2}\left(f(0.6) + 2f(0.7) + f(0.8)\right) = 0.230445$$

$$I_4 = \int_{0.8}^{1} f(x)dx \approx \frac{0.05}{2}\left(f(0.8) + 2\left(f(0.85) + f(0.90) + f(0.95)\right) + f(1)\right) = 0.4220975$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0.8016525$$

b) Aplicando la formula de Simpson 1/3 por tramos:

$$I_1 = \int_0^{0.2} f(x)dx \approx \frac{0.1}{3}\left(f(0) + 4f(0.1) + f(0.2)\right) = 0.00391333$$

$$I_2 = \int_{0.2}^{0.6} f(x)dx \approx \frac{0.2}{3}\left(f(0.2) + 4f(0.4) + f(0.6)\right) = 0.13656667$$

$$I_3 = \int_{0.6}^{0.8} f(x)dx \approx \frac{0.1}{3}\left(f(0.6) + 4f(0.7) + f(0.8)\right) = 0.22904333$$

$$I_4 = \int_{0.8}^{1} f(x)dx \approx \frac{0.05}{3}\left(f(0.8) + 4f(0.85) + 2f(0.90) + 4f(0.95) + f(1)\right) = 0.42167833$$

$$I_S = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0.79120167$$

c) Errores

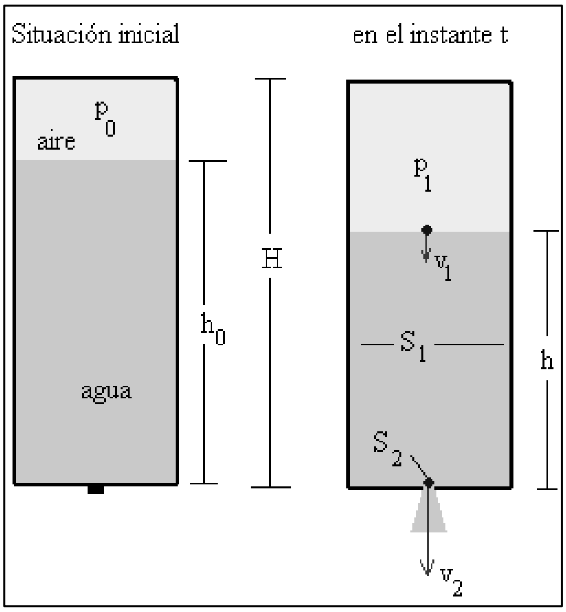
$I_{EXACTO} = 0.79119997$

$e_T = 0.01045253$

$e_S = 0.00000170$

Problema 2

El sistema de vaciado de un tanque mostrado se modela usando las ecuaciones de continuidad, Bernoulli y expansión isotérmica. Considere los siguientes valores:



- radio del depósito r_1=20 cm
- radio del orificio r_2=0.5 cm
- altura del depósito H=1 m
- altura inicial de agua en el depósito es h_0=40 cm
- presión inicial de aire en el depósito es p_0=405300.108 Pa
- gravedad g=9.81 m/s^2
- presión atmosférica p_{at}=101293 Pa
- S_1 área circular del cilindro
- S_2 área circular del orificio
- densidad del agua ρ =1000 kg/m^3

El modelo matemático que los relaciona usando las unidades del sistema internacional es:

$$\sqrt{\frac{H-h}{-\rho g h^2 + (\rho g H + p_{at})h + H(p_o - p_{at}) - p_o h_o}}\, dh = -\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\rho\left(\frac{S_1{}^2}{S_2{}^2} - 1\right)}}\, dt\,,$$

Usando el método de Euler progresivo estime h en cm., en la primera iteración con un paso de 1 segundo y luego una segunda iteración con un paso de 0.5 segundos.

Solución 2

Pasando al SI lo necesario y reemplazando en la ecuación diferencial:

$r1 := 20$ $\quad ho := 0.40$ $\quad ro := 1000$ $\quad g := 9.81$

$r2 := 0.5$ $\quad po := 405300.108$ $\quad s1 := \pi \cdot r1^2$

$H := 1$ $\quad pat := 101293$ $\quad s2 := \pi \cdot r2^2$

$$f(h) := -\sqrt{\frac{-ro\cdot g\cdot h^2 + (ro\cdot g\cdot H + pat)\cdot h + H\cdot(po - pat) - po\cdot ho}{\frac{1}{2}\cdot ro\cdot\left(\frac{s1^2}{s2^2} - 1\right)(H-h)}}$$

paso	iteraciones	h en cm
$dt := 0.5$	$h2 := h1 + dt\cdot f(h1)$	$h2\cdot 100 = 37.68661$
$dt := 1$	$h1 := ho + dt\cdot f(ho)$	$h1\cdot 100 = 38.448964$

Los Profesores